

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

*Заведующий кафедрой  
Математических методов исследования операций*

*Азарнова Т.В.*

29.05.2023 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.13 Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**2. Профиль подготовки/специализация:**

Динамические системы и управление  
Информационная аналитика и обработка больших данных  
Информационные технологии для вычислительных систем  
Математические и компьютерные методы в прикладных разработках  
Технологии разработки программного обеспечения и  
компьютерной обработки данных

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** математических методов исследования операций

**6. Составители программы:**

Бондаренко Ю.В., д.т.н., доцент, профессор кафедры математических методов исследования операций

**7. Рекомендована:**

научно-методическим советом факультета Прикладной математики и информатики  
26.05.2023, протокол №7

**8. Учебный год:** 2023-2024

**Семестр(ы):** 1

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

*Целями освоения учебной дисциплины являются:* дать студентам глубокие знания о методах, задачах и теоремах линейной алгебры и аналитической геометрии, научить студентов применять эти знания при решении задач прикладной математики и информатики.

*Задачи учебной дисциплины:* научить студентов владеть теоретическим материалом, решать задачи, использовать методы и теоремы линейной алгебры и аналитической геометрии при решении прикладных задач. В результате изучения дисциплины студенты должны знать и уметь применять на практике основные методы линейной алгебры и аналитической геометрии, владеть навыками решения практических задач.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры» относится к обязательной части блока Б1. Данный курс непосредственно связан с дисциплинами «Алгебра», «Математический анализ», «Информатика и программирование» и является базой для дисциплин «Функциональный анализ», «Математическое и компьютерное моделирование», «Методы оптимизации». Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые в результате освоения школьных курсов «Алгебра» и «Геометрия».

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Демонстрирует знания, относящиеся к базовым дисциплинам математики, информатики и естественных наук.	Знать: - основные понятия и методы линейной алгебры; - теоретические основы, методы и общие закономерности аналитической геометрии;  Уметь: - решать типовые задачи, связанные с применением инструментов и методов линейной алгебры и аналитической геометрии  Владеть: - навыками работы с аппаратом линейной алгебры; - методикой доказательства фактов, решения типовых задач аналитической геометрии; - навыками применения результатов аналитической геометрии и линейной алгебры к решению теоретических и практических задач
		ОПК-1.2	Осуществляет формализацию поставленной задачи и выбирает математические методы для ее решения.	Знать: - основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии; - классы прикладных задач, решаемых с применением методов аналитической геометрии и линейной алгебры. Уметь:

			<ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществлять формализацию решаемых задач;</li> <li>- выбирать адекватные методы решения прикладных задач;</li> </ul> Владеть: <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками решения прикладных задач в различных областях математики средствами линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> <li>- навыками интерпретации полученных результатов и анализа интерпретации полученных результатов.</li> </ul>
--	--	--	--

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.**(в соответствии с учебным планом) — 5/180.

**Форма промежуточной аттестации**(зачет/экзамен) зачет, экзамен

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		1	
Контактная работа	96	96	
в том числе:	лекции	48	48
	практические	48	48
	лабораторные		
	курсовая работа		
Самостоятельная работа	48	48	
Промежуточная аттестация	36	36	
Итого:	180	180	

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Роль и место линейной алгебры и аналитической геометрии в математическом образовании	Предмет дисциплины. Основные типы задач, решаемые методами линейной алгебры и аналитической геометрии	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
1.2	Матрицы и определители	Понятие матрицы. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами. Многочлены от матриц. Определитель. Теорема Лапласа. Свойства определителя. Методы вычисления определителя. Миноры и ранг матрицы. Линейно зависимые и независимые строки (столбцы). Связь ранга матрицы с числом линейно-независимых строк и столбцов. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы, методы нахождения обратной матрицы.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
1.3	Системы линейных алгебраических уравнений	Понятие системы линейных уравнений, классификация систем. Решение системы	Аналитическая геометрия и

		линейных уравнений, свойства решения. Метод обратной матрицы решения систем линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса.	основы линейной алгебры
1.4	Векторная алгебра	Понятие вектора и линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Скалярное произведение двух векторов. Векторное и смешанное произведение векторов. Применение векторной алгебры для вычисления площади параллелограмма и объема параллелепипеда.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
1.5	Системы координат	Декартова система координат. Полярные, цилиндрические и сферические координаты. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости. Преобразование декартовых прямоугольных координат в пространстве.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
1.6	Прямые линии и плоскости	Общие понятия об алгебраических уравнениях поверхностей и линий. Прямые на плоскости. Теорема о линиях первого порядка. Уравнения прямых на плоскости, угол между прямыми. Плоскости в пространстве. Теорема о поверхностях первого порядка. Угол между плоскостями. Прямые в пространстве. Уравнения прямых в пространстве, угол между прямыми и прямой и плоскостью.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
1.7	Линии второго порядка на плоскости	Уравнения второго порядка. Понятие и канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы, пары пересекающихся прямых. Уравнения касательных. Приведение уравнений второго порядка к простейшему виду.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
1.8	Поверхности второго порядка	Понятие поверхности второго порядка. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Приведение уравнение поверхности второго порядка к каноническому виду. Касательные к поверхности.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Матрицы и определители	Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами. Многочлены от матриц. Определитель. Теорема Лапласа. Свойства определителя. Методы вычисления определителя. Миноры и ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы. Линейно зависимые и независимые строки (столбцы). Связь ранга матрицы с числом линейно-независимых строк и столбцов. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы, методы нахождения обратной матрицы.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
2.2	Системы линейных алгебраических уравнений	Методы решения систем линейных уравнений: метод обратной матрицы, метод Крамера, метод Гаусса.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
2.3	Векторная алгебра	Понятие вектора и линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Скалярное произведение двух векторов. Векторное и смешанное произведение векторов. Применение векторной алгебры для вычисления площади параллелограмма и объема параллелепипеда.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
2.4	Системы координат	Декартова система координат. Полярные, цилиндрические и сферические координаты. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости. Преобразование декартовых прямоугольных координат в пространстве.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры

2.5	Прямые линии и плоскости	Уравнения прямых на плоскости, угол между прямыми. Плоскости в пространстве. Теорема о поверхностях первого порядка. Угол между плоскостями. Прямые в пространстве. Уравнения прямых в пространстве, угол между прямой и плоскостью.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
2.6	Линии второго порядка на плоскости	Понятие и канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы, пары пересекающихся прямых. Уравнения касательных. Приведение уравнений второго порядка к простейшему виду.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры
2.7	Поверхности второго порядка	Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Приведение уравнение поверхности второго порядка к каноническому виду. Касательные к поверхности	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Роль и место линейной алгебры и аналитической геометрии в математическом образовании	1			1	2
2	Матрицы и определители	4	4		4	12
3	Системы линейных алгебраических уравнений	6	6		6	18
4	Векторная алгебра	10	10		10	30
5	Системы координат	1	2		1	4
6	Прямые линии и плоскости	12	12		12	36
7	Линии второго порядка на плоскости	8	8		8	24
8	Поверхности второго порядка	6	6		6	18
	Итого:	48	48		48	144

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: указание наиболее сложных разделов, работа с конспектами лекций, презентационным материалом, рекомендации по выполнению курсовой работы, по организации самостоятельной работы по дисциплине и др)

Освоение дисциплины «Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры» включает лекционные занятия, практические занятия и самостоятельную работу обучающихся.

На первом занятии студент получает информацию для доступа к комплексу учебно-методических материалов.

Лекционные занятия посвящены рассмотрению теоретических основ аналитической геометрии линейной алгебры, ключевых принципов, базовых понятий и алгоритмов.

Практические занятия предназначены для формирования умений и навыков, закрепленных компетенций по ОПОП. Они закрепляют теоретический материал, полученный на лекциях.

Самостоятельная работа студентов включает в себя проработку учебного материала лекций, разбор практических заданий, подготовку к экзамену.

Промежуточная аттестация. Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена. Типовой билет включает теоретический и практический блоки. Вопросы теоретического блока полностью соответствуют лекционному материалу. В течение семестра обучающимся предлагается выполнить предусмотренные учебным планом 2 контрольные работы.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины** (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Лившиц, К. И. Курс линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для вузов / К. И. Лившиц. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 508 с. — ISBN 978-5-8114-7640-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/163398">https://e.lanbook.com/book/163398</a>
2.	Горлач, Б. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 300 с. — ISBN 978-5-8114-2717-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/167492">https://e.lanbook.com/book/167492</a>
3	Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. — 18-е изд., перераб. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-4916-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/152643">https://e.lanbook.com/book/152643</a>
4	Курош А. Г. Курс высшей алгебры : учебник / А. Г. Курош. – Санкт-Петербург : Лань, 2013. – 432 с. – Режим доступа: <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=30198">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=30198</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Постников, М. М. Аналитическая геометрия : учебное пособие / М. М. Постников. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-0889-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/167776">https://e.lanbook.com/book/167776</a>
6	Трухан, А. А. Векторная алгебра, аналитическая геометрия и методы математического программирования : учебник для вузов / А. А. Трухан, В. Г. Ковтуненко. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-8308-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/183364">https://e.lanbook.com/book/183364</a>
7	Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : учебное пособие для вузов / Л. А. Беклемишева, Д. В. Беклемишев, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 496 с. — ISBN 978-5-8114-7874-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/166924">https://e.lanbook.com/book/166924</a>
8	Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник / П. С. Александров. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 512 с. — ISBN 978-5-8114-0908-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/493">https://e.lanbook.com/book/493</a>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
9	Университетская библиотека on-line Режим доступа: <a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
10	ЭБС Лань. Режим доступа: <a href="http://www.e.lanbook.com">http://www.e.lanbook.com</a>
11	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online (доступ осуществляется по адресу: <a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a> );
12	Электронная библиотека технического ВУЗа «Консультант студента» (доступ осуществляется по адресу: <a href="https://www.studmedlib.ru/">https://www.studmedlib.ru/</a> );
13	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры / Ю.В. Бондаренко. –

	Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа - <a href="#">Курс: Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры (ПМИ, 3+4 гр) (vsu.ru)</a>
14	Линейная алгебра/ ВШЭ. – НПОО.- Режим доступа: <a href="https://openedu.ru/course/hse/LINAL/">https://openedu.ru/course/hse/LINAL/</a>
15	Линейная алгебра и аналитическая геометрия / СПбПУ. – Coursera. – Режим доступа: <a href="https://www.coursera.org/learn/lineynaya-algebra">https://www.coursera.org/learn/lineynaya-algebra</a>
16	Аналитическая геометрия / МГУ им. М. Ломоносова. – НПОО.– Режим доступа: <a href="https://openedu.ru/course/msu/ANGEOM/">https://openedu.ru/course/msu/ANGEOM/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающегося должна включать в себя подготовку к практическим занятиям, выполнение заданий по курсу, содержание которого приведено в п.20, и подготовку к промежуточной аттестации.

Для обеспечения самостоятельной работы студентов в электронном курсе дисциплины на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» сформирован учебно-методический комплекс, который включает в себя: программу курса, учебные пособия и справочные материалы, методические указания по выполнению лабораторных работ. Студенты получают доступ к данным материалам на первом занятии по дисциплине. Указанные в учебно-методическом комплексе учебные пособия и справочные материалы для самостоятельной работы, приведены в таблице ниже:

№ п/п	Источник
1	Алгебра и геометрия (решение систем линейных уравнений, вычисление определителей): Метод. указания для решения задач по курсу "Алгебра и геометрия" для студентов 1 курса дневн. и вечерн. отд-ний фак. ПММ / Сост.: Т.Н.Глушакова, Ю.В.Бондаренко. — Воронеж, 2000. — 32с.
2	Алгебра и геометрия: Метод. указания для решения задач по курсу "Алгебра и геометрия" для студентов 1 курса дневн. и вечерн.отд-ний фак. ПММ / Сост. Ю.В.Бондаренко, Т.Н.Глушакова, Е.С.Тихомирова. — Воронеж, 2001. — Ч. 3: Линейные пространства. - 36 с.
3	Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-6776-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/152434">https://e.lanbook.com/book/152434</a>
4	Евклидовы и унитарные пространства : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. днев. отдния фак. прикл. математики, информатики и механики, изуч. дисциплины "Алгебра" и "Линейная алгебра"; для направлений: 01.03.02 - Приклад. математика и информатика, 01.03.03 - Механика и мат. моделирование, 01.05.01 - Фундамент. математика и механика] / Т.Н. Глушакова, К.П. Лазарев, Ю.В. Бондаренко ; Воронеж. гос. ун-т. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. — 25 с.
5	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры ./ Ю.В, Бондаренко. – Образовательный портал «Электронный университет».– Режим доступа: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6157">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6157</a>

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, для организации самостоятельной работы обучающихся используется онлайн-курс [Курс: Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры \(ПМИ, 3+4 гр\) \(vsu.ru\)](#), размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория должна быть оборудована компьютером с выходом в сеть Интернет, мультимедийными средствами (мультимедийный проектор, экран, средства звуковоспроизведения), учебной мебелью.

Практические занятия должны проводиться в специализированной аудитории, оснащенной учебной мебелью, мультимедийными средствами (мультимедийный проектор, экран, средства звуковоспроизведения).

Для самостоятельной работы необходимы компьютерные классы, помещения, оснащенные компьютерами с доступом к сети Интернет.

Информационные технологии для реализации учебной дисциплины:

- технологии синхронного и асинхронного взаимодействия студентов и преподавателя посредством служб (сервисов) по пересылке и получению электронных сообщений, в том числе, по сети Интернет;
- сервис электронной почты для оперативной связи преподавателя и студентов.

Программное обеспечение:

- ОС Windows 10,
- пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами и т.п. (МойОфис, LibreOffice);
- Adobe Reader;
- специализированное ПО;
- интернет-браузер (Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox).

Минимальный комплект ПО для чтения лекций, проведения практических занятий и организации самостоятельной работы: Microsoft Windows 10 Home и MS Office Standard (МойОфис, LibreOffice), ПО Adobe Reader, любой интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox).

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Роль и место линейной алгебры и аналитической геометрии в математическом образовании	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	-
2.	Матрицы и определители	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа 1
3	Системы линейных алгебраических уравнений	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Контрольная работа 1
4	Векторная алгебра	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Контрольная работа 2
5	Системы координат	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа 2
6	Прямые линии и плоскости	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Контрольная работа 2
7	Линии второго порядка на плоскости	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа 2



№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
8	Поверхности второго порядка	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет, экзамен				Перечень вопросов Практическое задание

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- Домашние задания;
- Практико-ориентированные задания;
- Контрольные работы;
- Устный опрос.

### Контрольные работы

#### Контрольная работа № 1 (типовой вариант)

№1. Найти матрицу  $C = AB^t + 2E$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

№ 2. Найти  $C^{-1}$ , если  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

№ 3. По формулам Крамера решить систему:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1, \\ 5x_1 + x_3 = -1. \end{cases}$$

№ 4. Решить систему методом Гаусса. Найти общее решение и одно частное.

$$\begin{cases} x_2 + 3x_3 - x_4 = 10, \\ x_1 + 3x_2 + 8x_3 - x_4 = 22, \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_4 = 11. \end{cases}$$

Контрольная работа № 1 рассчитана на 2 академических часа.

Для оценивания результатов работы используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
---------------------	--------------

Обучающийся верно решил 4 задания, или верно решены номера 2,3,4, а в задании 1 допущена арифметическая ошибка.	<i>Отлично</i>
Верно решено 3 задания, а в одном из заданий 2-4 допущена арифметическая ошибка, или решение не доведено до конца при правильном ходе решения.	<i>Хорошо</i>
Верно решено 2 задания.	<i>Удовлетворительно</i>
Верно решено менее 2 заданий	<i>Неудовлетворительно</i>

## Контрольная работа № 2.

**№ 1.** Точки  $O(0,0,1)$ ,  $A(5,2,-1)$ ,  $B(1,-5,1)$ ,  $C(1,1,1)$  являются вершинами треугольной пирамиды  $OABC$ . Требуется найти:

- величину угла  $ABC$ ;
- площадь треугольника  $ABC$ ;
- объем пирамиды  $OABC$ ;
- высоту пирамиды, опущенную из вершины  $O$ ;
- высоту треугольника  $ABC$ , опущенную из вершины  $A$ ;

е) координаты вектора с представителем  $\overline{OM}$ , где  $M$  – точка пересечения медиан треугольника  $ABC$ .

**№ 2.** Найти вектор  $x$ , зная что он перпендикулярен к векторам  $a = (2, -3, 1)$ ,  $b = (1, -2, 3)$  и удовлетворяет условию  $(x, 2e_1 + 2e_2 - 7e_3) = 20$ .

**№ 3.** Заданы координаты  $A(1,2)$ ,  $B(-3,5)$ ,  $C(5,2)$  вершин треугольника  $ABC$ . Составить уравнения прямых, проходящих через вершину  $A$  и содержащих медиану и высоту треугольника, а также уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $BC$ .

**№ 4.** Найти угол между плоскостью  $x - y + \sqrt{2}z - 5 = 0$  и плоскостью  $(YOZ)$ .

**№ 5.** Даны уравнения двух сторон параллелограмма  $x - y - 1 = 0$ ,  $x - 2y = 0$  и точка пересечения его диагоналей  $M(3, 1)$ . Написать уравнения двух других сторон.

Контрольная работа № 2 рассчитана на академических 2 часа.

Для оценивания результатов работы используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
Верно решено задание № 1 и верно решены 3 задания из № 2-5. Допустима 1 арифметическая ошибка.	<i>Отлично</i>
Верно решено задание № 1 и верно решены 2 задания из № 2-5. Допустимы 2 арифметические ошибки.	<i>Хорошо</i>
Верно решено задание № 1 и одно из заданий 2-5.	<i>Удовлетворительно</i>

Решение не удовлетворяет ни одному из перечисленных критериев.	<i>Неудовлетворительно</i>
--	----------------------------

### Практико-ориентированные задания

1. Определить тип поверхности второго порядка. Изобразить поверхность, определить тип кривых, получаемых при пересечении поверхности с координатными плоскостями. Найти точки пересечения с осями координат:

$$x^2 + z^2 = 1.$$

2. Изобразить на плоскости  $xOy$  линию  $2y^2 - 7x + 4 = 0$ .

Работа рассчитана на 1 час. Для оценивания результатов обучения используется 2-балльная шкала: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
Верно выполнены задания, сделаны аккуратные построения	<i>зачтено</i>
Хотя бы одно из заданий выполнено неверно	<i>Не зачтено</i>

### 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация зачет оценивается по двухбалльной шкале: «зачтено», «не зачтено». Для получения зачета необходимо получить по каждой из двух контрольных работ оценку не ниже «удовлетворительно» и «зачтено» по практико-ориентированному заданию.

Промежуточная аттестация по дисциплине (экзамен) осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Теоретические вопросы, практические задания.

Контрольно-измерительные материалы экзамена включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические) задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом теории аналитической геометрии и линейной алгебры;
- 2) умение решать стандартные задачи аналитической геометрии и линейной алгебры;
- 3) владение навыками системного анализа проблемы и применения методов аналитической геометрии и линейной алгебры при решении задач в различных прикладных областях;
- 5) владение навыками использования инструментов аналитической геометрии и линейной алгебры для решения практико-ориентированных задач.

### Перечень вопросов к экзамену

1. Основные сведения о матрицах. Виды матриц.
2. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами (одно уметь

- доказывать).
3. Транспонирование. Свойства операции транспонирования (одно уметь доказывать)
  4. Определители квадратных матриц. Теорема Лапласа.
  5. Свойства определителя (одно уметь доказывать).
  6. Обратная матрица. Теорема о необходимых и достаточных условиях существования обратной матрицы.
  7. Свойства обратных матриц (одно уметь доказывать).
  8. Ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы.
  9. Линейные комбинации строк и столбцов матрицы. Теорема о линейной комбинации строк. Теорема о связи ранга матрицы с числом линейно независимых строк.
  10. Понятие системы линейных уравнений и ее решения.
  11. Метод обратной матрицы.
  12. Метод Крамера решения системы.
  13. Метод Гаусса решения систем.
  14. Понятие свободного вектора.
  15. Операции над свободными векторами (умножение на число и сложение).
  16. Теорема о двух коллинеарных свободных векторах.
  17. Свойства операций умножения вектора на число и сложения векторов. Доказательство одного из них.
  18. Понятие линейной зависимости и независимости векторов.
  19. Необходимые и достаточные условия линейной зависимости двух векторов (Теорема).
  20. Необходимые и достаточные условия линейной зависимости трех векторов (Теорема).
  21. Понятие базиса на плоскости и в пространстве.
  22. Необходимые и достаточные условия базиса для двух векторов (Теорема).
  23. Замечание о единственности разложения вектора по базису.
  24. Теорема о координатах суммы векторов и произведения вектора на число.
  25. Определение скалярного произведения.
  26. Свойства скалярного произведения.
  27. Теорема о скалярном произведении векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.
  28. Понятие векторного произведения.
  29. Свойства векторного произведения.
  30. Векторное произведение векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.
  31. Понятие смешанного произведения векторов. Связь с объемом параллелепипеда.
  32. Свойства смешанного произведения.
  33. Теорема о смешанном произведении векторов в ортонормированном базисе.
  34. Определение алгебраической линии на плоскости, алгебраической поверхности, алгебраической линии в пространстве.
  35. Теорема об алгебраических линиях 1-го порядка на плоскости. Общее уравнение прямой.
  36. Лемма (теорема) о пропорциональности коэффициентов уравнений, задающих одну прямую.
  37. Уравнение прямой в отрезках.
  38. Каноническое уравнение прямой, уравнение прямой через 2 точки.
  39. Прямая с угловым коэффициентом.
  40. Нормальное уравнение прямой.
  41. Расстояние от точки до прямой (теорема).

42. Теорема об алгебраических поверхностях 1-го порядка.
43. Лемма (теорема) о пропорциональности коэффициентов уравнений, задающих одну плоскость.
44. Уравнение плоскости, проходящей через 3 различные точки.
45. Нормальное уравнение плоскости.
46. Расстояние от точки до плоскости.
47. Определение эллипса.
48. Каноническое уравнение эллипса.
49. Теорема об отношении расстояния от точки эллипса до фокуса к расстоянию от точки до директрисы.
50. Уравнение касательной к эллипсу.
51. Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы (без вывода, но с пояснениями)
52. Теорема о асимптотах гиперболы.
53. Определение параболы. Каноническое уравнение параболы (без вывода, но с пояснениями).
54. Теорема о приведении линий второго порядка к каноническому виду.
55. Определение поверхности второго порядка.
  56. Поверхности вращения.
  57. Цилиндрические поверхности.
  58. Эллипсоид.
  59. Конус второго порядка.
  60. Однополостный гиперболоид.
  61. Двуполостный гиперболоид.
  62. Эллиптический параболоид.
  63. Гиперболический параболоид.

### Примерный перечень практических заданий

1. Дать определение линейной зависимости и независимости векторов. Привести пример двух линейно зависимых и двух линейно независимых векторов на плоскости.
2. Зная разложения векторов  $\vec{l}, \vec{m}, \vec{n}$  по трем некопланарным векторам  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  проверить, будут ли  $\vec{l}, \vec{m}, \vec{n}$  компланарны, и в случае утвердительного ответа дать линейную зависимость, их связывающую:  $\vec{l} = \vec{c}$ ,  $\vec{m} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ ,  $\vec{n} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .
3. Даны два вектора  $a(11, 10, 2)$  и  $b(4, 0, 3)$ . Найти вектор  $c$ , перпендикулярный к векторам  $a$  и  $b$  и направленный так, чтобы тройка векторов  $a, b, c$  была ориентирована также как и тройка векторов  $e_1, e_2, e_3$  ортонормированного базиса.
4. Написать уравнение прямой, касающейся эллипса  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$  в точке  $(2, -3)$ .
5. Даны вершины треугольника  $A(3, 6, -7)$ ,  $B(-5, 2, 3)$ ,  $C(4, -7, -2)$ . Написать параметрические уравнения медиан.
6. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:
 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

7. Найти обратную матрицу  $A^{-1}$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

8. Методом Гаусса решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 2, \\ -3x_1 - 7x_2 - 8x_3 + 2x_4 = -4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 4, \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 3. \end{cases}$$

8. Найти вектор  $x$ , зная что он перпендикулярен к векторам  $a = (-2, -3, 1)$ ,  $b = (1, -2, 4)$  и удовлетворяет условию  $(x, 2e_1 + e_2 - 7e_3) = -14$ .

КИМ включает в себя 2 теоретических вопроса и 3 практических задания. Один вопрос и одно задание из блока «линейная алгебра», один вопрос и задание из блока «Аналитическая геометрия»

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
отличное владение теорией (в том числе, доказательством теорем) и решение задач не ниже хорошего уровня; или отличное решение задач и владение теорией не ниже хорошего уровня	<i>Отлично</i>
владение теорией (в том числе, доказательством теорем) не ниже хорошего уровня и решение задач не ниже удовлетворительного уровня; или владение теорией не ниже удовлетворительного уровня и решение задач не ниже хорошего уровня	<i>Хорошо</i>
удовлетворительное владение теорией (в том числе отсутствие доказательств) и удовлетворительное решение задач	<i>Удовлетворительно</i>
неудовлетворительное владение теорией; или неудовлетворительное решение задач	<i>Неудовлетворительно</i>

Итоговая оценка по промежуточной аттестации (экзамену)  $Q_{итог}$  учитывает результаты ответов на КИМ, а также результаты контрольных работ и рассчитывается по следующей формуле:

$$Q_{итог} = \text{округл}(0,5 \cdot Q_3 + 0,2 \cdot Q_1 + 0,3 \cdot Q_2),$$

где  $Q_3$  – оценка за КИМ,  $Q_1, Q_2$  – оценки по контрольным работам.

Если оценка, полученная за КИМ отличается не менее чем на 2 балла в большую сторону от оценки за какую-либо контрольную работу, по согласию студента и преподавателя студенту могут быть выданы дополнительные практические задания для повышения оценки. Если отличие в меньшую сторону – возможна беседа по теоретическому материалу.

## 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

### Вопросы с вариантами ответов (закрытые)

1. Каноническое уравнение линии второго порядка на плоскости имеет вид

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1. \text{ Определите тип этой линии:}$$

**а) гипербола**

б) парабола

в) эллипс

Ответ: а)

2. Каноническое уравнение линии второго порядка на плоскости имеет вид

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{9} = 1. \text{ Определите тип этой линии:}$$

а) гипербола

б) парабола

**в) эллипс**

Ответ: в)

3. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a} = (1; 0; 2)$  и  $\vec{b} = (-2; 1; 4)$ :

**а) 6**

б) 5

в) 0

Ответ: а)

### Вопросы с кратким текстовым ответом (открытые)

4. Найдите объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\vec{a} = (1; 5; 4)$ ,  $\vec{b} = (0; -2; 1)$ ,  $\vec{c} = (0; 0; 17)$ .

Ответ: 34

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые с вариантами ответов, средний уровень сложности):

•1 балл – указан верный ответ;

•0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

2) открытые задания (тестовые с кратким текстовым ответом, повышенный уровень сложности):

•2 балла – указан верный ответ;

•0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).